II- Quelques points de repère chiffrés

En informatique, les données chiffrées qui interviennent sont souvent soit très grandes soit très petites (proches de 0). Très grandes lorsqu'il s'agit de la capacité des mémoires ou de la vitesse de traitement des instructions, très petites quand il s'agit de la durée de traitement d'une instruction. Au même titre que les grandes fortunes des magnats de la finance, cela dépasse un peu l'entendement de l'être humain, peu habitué à de tels excès. Leur manipulation demande donc une bonne maîtrise des calculs, et cela est indispensable pour une bonne lecture des performances d'un ordinateur.

Les évolutions aussi sont très rapides. Pendant de nombreuses années, certaines performances des ordinateurs ont doublé chaque année ou tous les deux ans, c'est ce que l'on appelle la loi de Moore. Cela continue de nos jours à un rythme moindre, et l'on entrevoit même certaines limites dans le cadre des technologies actuelles. Par exemple, si un microprocesseur compte aujourd'hui des milliards de transistors, le nombre de transistors sur une surface donnée ne peut augmenter indéfiniment, au risque de provoquer notamment un trop grand échauffement qui ferait tout fondre.

1) Formules de calcul

* Une conversion intéressante **:** $2^{10} = 1024$, proche de 1000,
d'où $2^{10} \approx 10^3$

* Puissances **:** $a^n = a.a.a....a$ (répété n fois) , n est l'exposant. Par convention $a^0 = 1$.
$a^{-n} = 1 / a^n$
Les trois formules des puissances :
$a^{n+p} = a^n a^p$
$(a^n)^p = a^{np}$
$(ab)^n = a^n b^n$

* **Combien y a-t-il de nombres en binaire (avec des 0 et des 1) de longueur *n* ?** 2^n

En effet, il s'agit de remplir un casier de n cases, en mettant dans chaque case soit un 0 soit un 1. Dans la première case, on a deux cas (on met 0 ou bien on met 1). Une fois que cette case est remplie, on a aussi deux cas pour la deuxième case (soit 0, soit 1). Cela donne déjà $2 . 2 = 4$ cas pour les deux premières cases. A chaque fois qu'on a rempli les deux premières cases, on a deux cas pour la troisième case, ce qui donne $2 . 4 = 2^3 = 8$ cas pour le remplissage des trois premières cases. En continuant ainsi, on arrive à 2^n cas pour le remplissage des n cases. Par exemple les nombres de longueur 3 sont, dans l'ordre croissant (ou l'ordre alphabétique en considérant que 0 et 1 sont deux lettres avec 0 avant 1) : 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

2) L'ordinateur en chiffres

* **Quelques unités de mesure**
million (10^6)= Mega (**M**),
milliard (10^9)= Giga (**G**),
1000 milliards (10^{12}) = Tera (**T**)

une microseconde (**µs**) = 1 millionième de seconde (10^{-6} s),
une nanoseconde (**ns**) = un milliardième de seconde (10^{-9} s).

* **Capacités de la mémoire de l'ordinateur**

Un bit (*binary digit*) désigne l'unité atomique d' « information » de l'ordinateur. C'est soit 0 soit 1.

Un octet (*byte*) est formé de huit bits, c'est un nombre en binaire (avec des 0 et des 1) de longueur 8. Un Mo est (à peu près) un million d'octets.

* **Performances du microprocesseur**

La fréquence F de l'horloge interne est exprimée en MHz (millions de cycles d'horloge par seconde) ou en GHz. la durée d'un cycle ou période T vaut $T = 1 / F$.

La puissance de traitement du microprocesseur s'exprime en MIPS, millions d'instructions par seconde.

MIPS = F en MHz / nombre moyen de cycles d'horloge nécessaires pour exécuter une instruction. Certaines instructions demandent un cycle, d'autres en demandent une douzaine ou plus.

* **Caractéristiques d'un ordinateur personnel (PC) actuel** (années 2010)

Nombre de cycles par seconde de l'unité centrale (CPU) : 2 GHz
mémoire RAM : 8 Go (vitesse 1,3 GHz)
disque dur : 500 Go, 7200 tours par minute
mémoire cache : 6 Mo
lecteur optique : graveur DVD

* **Exercice** 1: Un ordinateur 32 bits travaille sur des mots en binaire de longueur 32. Considérons ces mots comme des nombres entiers positifs ou nul (on les déclare en langage *C* comme *unsigned int*). Combien de nombres peut-on ainsi obtenir ?

Leur nombre est $2^{32} = 2^{3 \,.\, 10 + 2} = (2^{10})^3 \,.\, 2^2 \approx (10^3)^3 \,.\, 4 = 4 \,.\, 10^9$ = 4 milliards. Le plus grand nombre obtenu est de l'ordre de quatre milliards. Cela signifie qu'un nombre entier qui dépasse 4 milliards dans un calcul va provoquer une erreur de calcul de l'ordinateur.

En prenant les entiers positifs ou négatifs (déclarés comme *int*) le premier bit du mot désigne le signe + ou –, les nombres vont alors, en gros, de -2^{31} à 2^{31}. Si un nombre dépasse deux milliards, l'ordinateur donne un résultat faux.

* **Exercice 2** : Un « bus » (circuit d'interconnexion dans un ordinateur) est composé de 16 fils lui permettant de transporter 16 bits en parallèle. Il est cadencé à une fréquence de 133 MHz. Combien de données en octets transporte-t-il par unité de temps ?

A chaque cycle il transporte deux octets, d'où 2 . 133 = 266 Mo/s.